



# **Universidad Autónoma del Estado de México**

---

## **Facultad de Economía**

**Programa educativo: Licenciatura en Economía**

**Unidad de aprendizaje: Investigación de Operaciones**

**Unidad de competencia 4: Redes en Programación Lineal**

**Elaboró: Gerardo Ezequiel Hernández Y Vignolle**

**Septiembre de 2018**

# Datos de identificación

Programa educativo: Licenciatura en Economía.

Unidad de aprendizaje: Investigación de Operaciones.

Unidad de competencia 4: Redes en Programación Lineal / Método de la ruta crítica.

Título del material didáctico: Técnicas de Programación y Control de Proyectos. Segunda parte.

Créditos institucionales: 10.

Total de horas por semana de la unidad de aprendizaje: 6.

**Elaboró: Gerardo Ezequiel Hernández Y Vignolle**

Septiembre de 2018

# Guión explicativo para el uso de este material

Este material es una herramienta de apoyo para emplearse en la unidad de competencia “Redes en Programación Lineal” de la unidad de aprendizaje “Investigación de Operaciones”. Específicamente en la parte que corresponde a “Método de la ruta crítica”.

Tomando en cuenta que el objetivo de la ruta crítica es fundamental para la administración y control de proyectos, esta segunda parte inicia desde la técnica de choque (crash) para la ruta crítica Critical Path Method (CPM) hasta la técnica Program Evaluation and Review Technique (PERT), así como el desarrollo y solución con la ayuda de software especializado: Production and Operations Management (POM)

Para un mejor aprovechamiento de este material, se requiere que en el aula se refuerce con más ejemplos y ejercicios prácticos en el uso de cada una de las temas vistos.

# Objetivos

- El alumno podrá desarrollar y resolver problemas de ruta crítica con el software Production and Operations Management (POM).
- El alumno podrá planificar y controlar el desarrollo de un proyecto con la ayuda de las técnicas de ruta crítica.
- El alumno será capaz de identificar los atrasos u holguras en las actividades de un proyecto en la ruta crítica.

# **Técnicas de Programación y Control de Proyectos Segunda parte**

# Contenido

- Introducción.
- Compresión (aceleración) de un proyecto
- Técnicas para comprimir un proyecto
- Conceptos de la técnica de choque
- Tiempos y costos de compresión (crash)
- Estimaciones de tiempo en PERT
- Obtención de ruta crítica en PERT
- Análisis probabilístico del tiempo de terminación
- Ejemplos de estimación de tiempos y análisis de resultados con POM

# Introducción

En esta segunda parte de Técnicas de Programación y Control de Proyectos y, ya sabiendo desarrollar manualmente una red de ruta crítica (CPM) por sus siglas en inglés Critical Path Method, nos adentraremos a estudiar la forma de comprimir o acelerar un proyecto con la técnica de choque “crash”.

También abordaremos el método PERT (Program Evaluation and Review Technique), que nos permite además de controlar y detectar posibles atrasos u holguras, las estimaciones probabilísticas de terminación de un proyecto.

Las técnicas vistas en esta parte serán con el apoyo del software especializado: Production and Operations Management (POM), no por ello dejará de desarrollar redes manualmente para su mejor comprensión.

# Compresión (aceleración) de un proyecto

La compresión de un proyecto tiene la finalidad de reducir el tiempo de la ruta crítica de manera que disminuya el tiempo de terminación total de la forma más barata hasta lograr la fecha de entrega deseada.



¿Qué tareas del proyecto pueden acortarse, en cuánto tiempo y a qué costo?.



# Técnicas comunes para comprimir un proyecto

- Programación lineal
- Técnica de choque (crash)
- Software especializado



# Técnica de choque – Conceptos –

**Tiempo normal ( $t$ ) (Normal time):** Es el tiempo que se requiere bajo condiciones normales para terminar una tarea o actividad.

**Tiempo de choque ( $a$ ) (Crash time):** Es el tiempo mínimo posible en el que una tarea puede concluirse usando recursos adicionales.

**Costo normal ( $\$N$ ) (Normal cost):** Es el costo que corresponde a las actividades realizadas a tiempo normal.

**Costo de choque ( $\$L$ ) (Crash cost):** Es el costo para las actividades ejecutadas en tiempo óptimo.

## Costo de choque por unidad de tiempo (Crash Cost/pd)

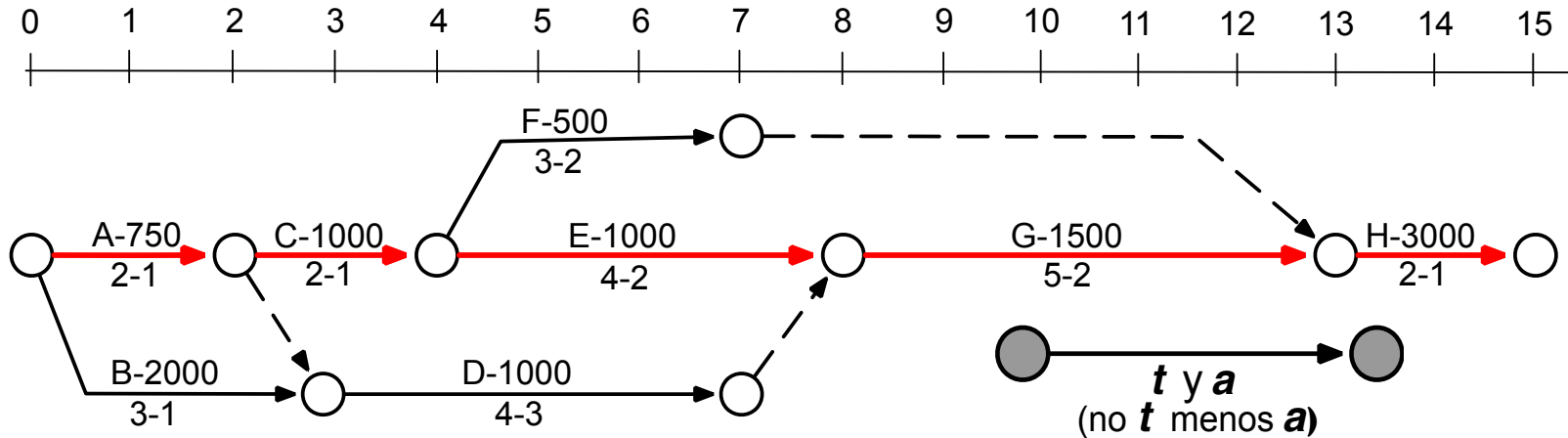
Es la relación que existe entre el incremento del costo y la compresión del tiempo.

$$\text{Costo por unidad de tiempo} = \frac{(\text{Costo al tiempo de choque} - \text{Costo al tiempo normal})}{(\text{Tiempo normal} - \text{tiempo de choque})}$$

$$\text{Costo por unidad de tiempo} = \frac{(\$L - \$N)}{t - a}$$

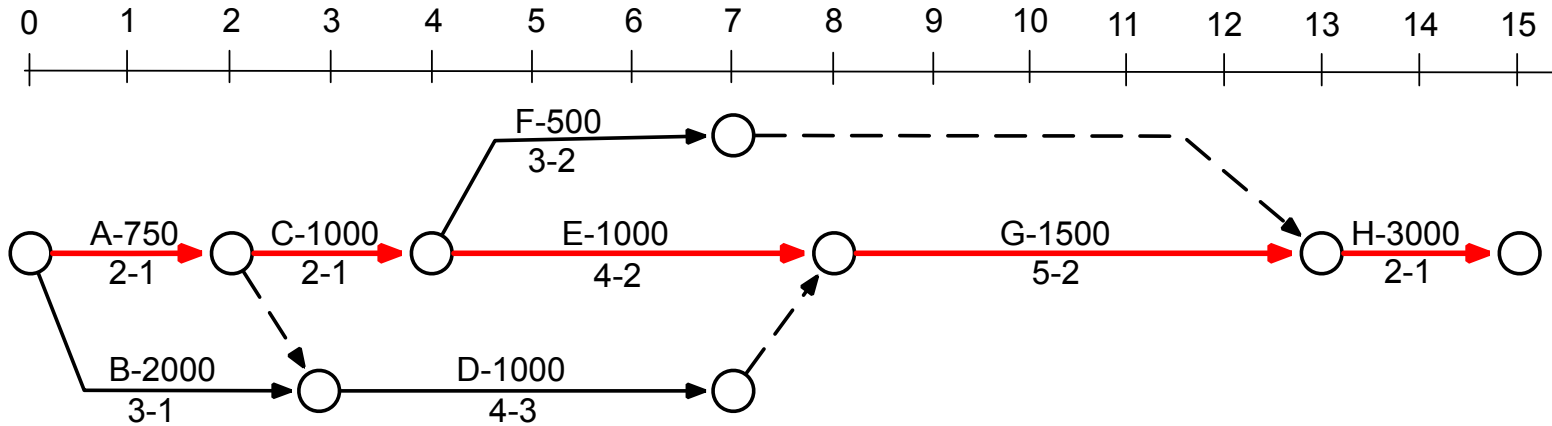
# Tiempos y costos de compresión –Crash–

Actividad	Tiempo en semanas			Costo (\$)		
	Tiempo normal ( $t$ )	Tiempo de choque ( $a$ )	Reducción máxima ( $t-a$ )	Normal (\$N)	De choque (\$L)	De choque por semana $(\$L - \$N) / (t - a)$
A	2	1	1	22,000	22,750	750
B	3	1	2	30,000	34,000	2,000
C	2	1	1	26,000	27,000	1,000
D	4	3	1	48,000	49,000	1,000
E	4	2	2	56,000	58,000	1,000
F	3	2	1	30,000	30,500	500
G	5	2	3	80,000	84,500	1,500
H	2	1	1	16,000	19,000	3,000
				308,000	324,750	10,750

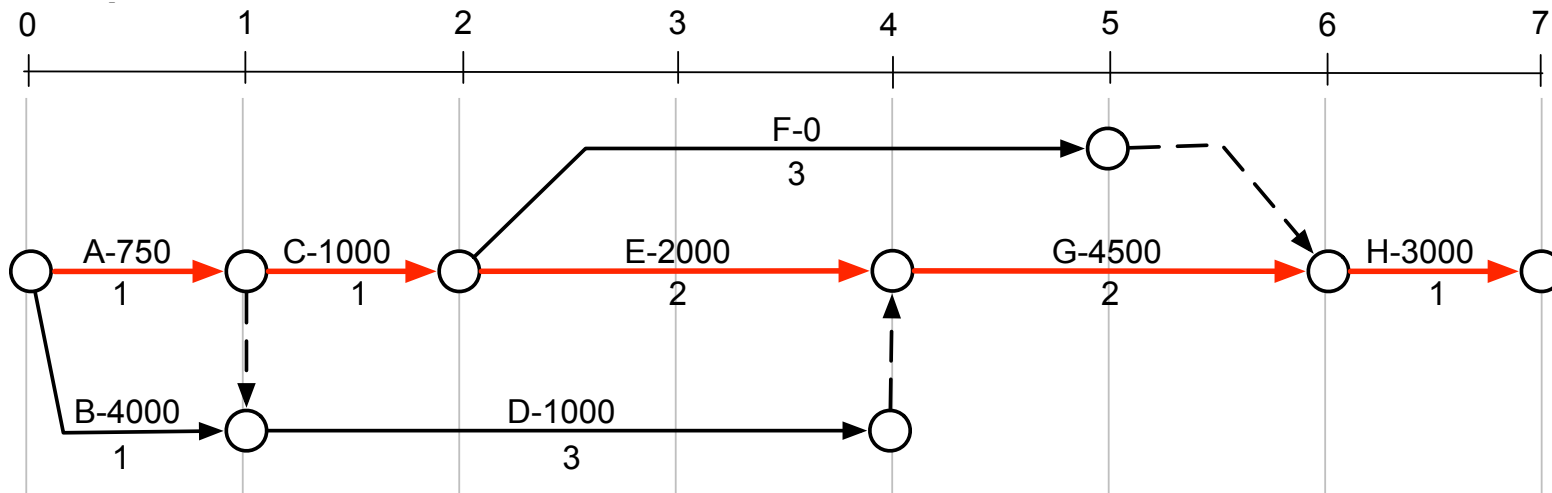


# Red comprimida –con tiempos crash-

## Original



## Comprimida



# Cálculo del costo total del proyecto comprimido

Actividad	Costo normal (\$N)	Costo de choque por semana	Semanas que se reducen	Costo total de choque	Costo total del proyecto comprimido
	Normal Cost	Crash cost/pd	Crash by	Crashing cost	
A	\$22,000	\$750	1	\$750	\$22,750
B	\$30,000	\$2,000	2	\$4,000	\$34,000
C	\$26,000	\$1,000	1	\$1,000	\$27,000
D	\$48,000	\$1,000	1	\$1,000	\$49,000
E	\$56,000	\$1,000	2	\$2,000	\$58,000
F	\$30,000	\$500	0	\$0	\$30,000
G	\$80,000	\$1,500	3	\$4,500	\$84,500
H	\$16,000	\$3,000	1	\$3,000	\$19,000
	<b>\$308,000</b>			<b>\$16,250</b>	<b>\$324,250</b>

## Conclusiones del proyecto del ejemplo:

	Semanas	Costo
Tiempo normal	15	308,000
Comprimido	7	324,250



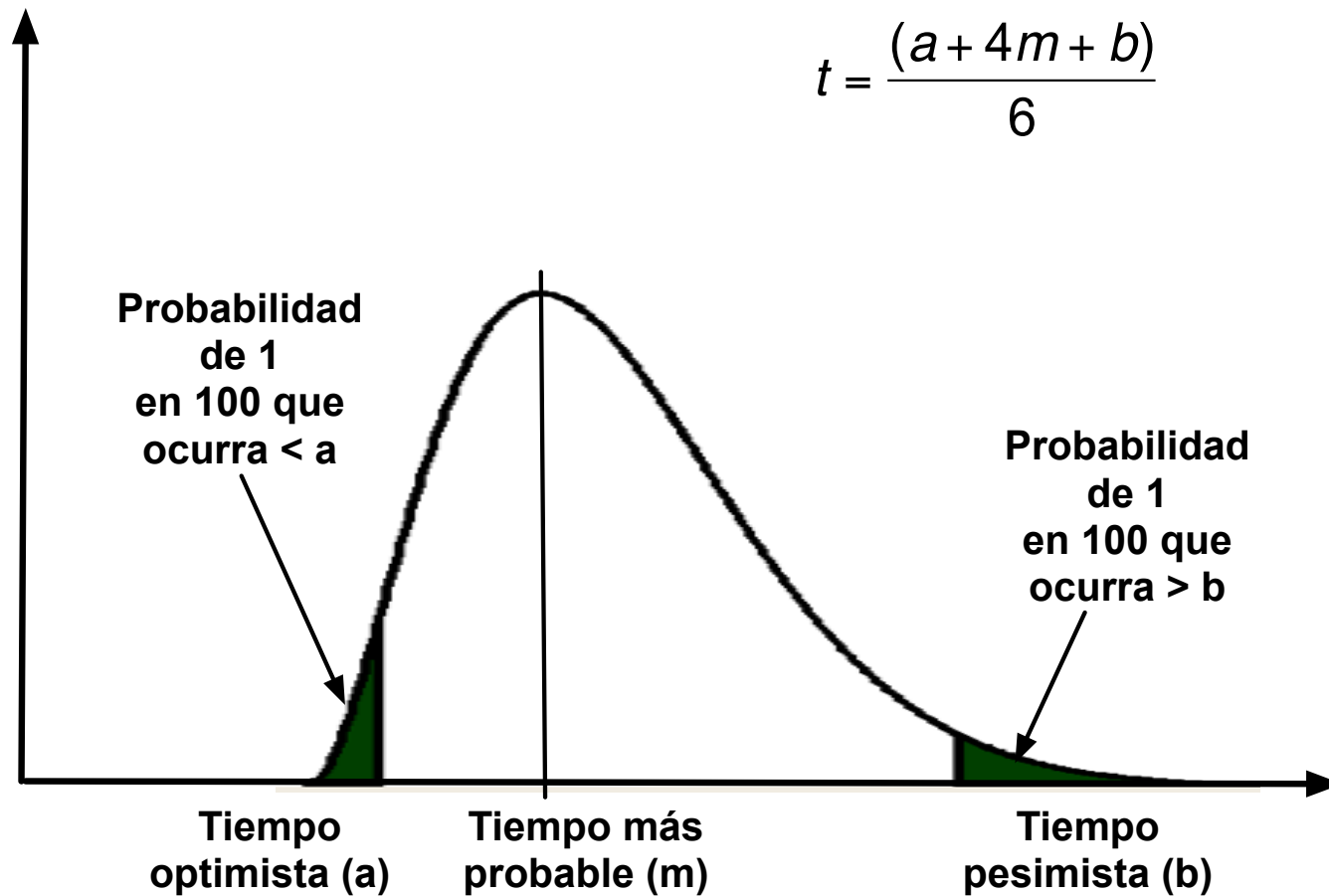
# Estimaciones de tiempo en PERT

## Análisis probabilístico

- **Tiempo optimista ( $a$ ).** Es el tiempo que tomará una actividad si todo sale como se planeó. La probabilidad de que el tiempo de la actividad sea  $< a$ , es remota.
- **Tiempo pesimista ( $b$ ).** El tiempo que tomará una actividad suponiendo condiciones desfavorables. La probabilidad de que el tiempo de la actividad sea  $> b$ , es remota.
- **Tiempo más probable ( $m$ ).** La estimación más realista del tiempo requerido para terminar la actividad

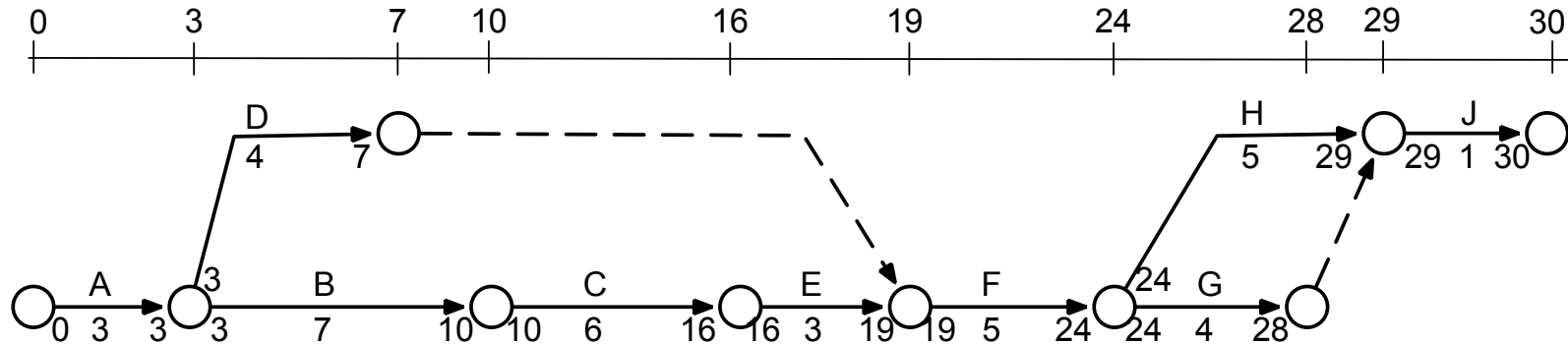


# Distribución de probabilidad beta con tres estimaciones de tiempo

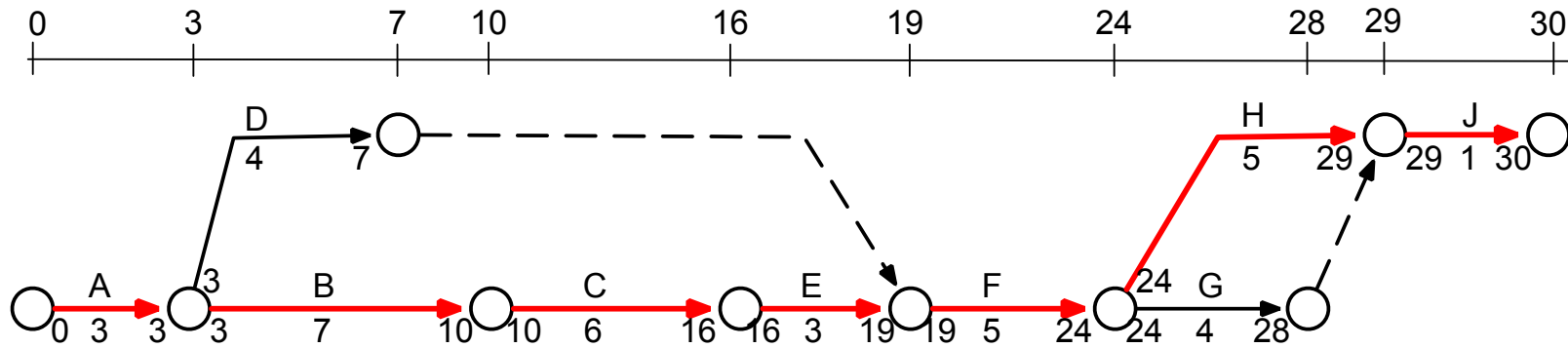


# Ejemplo

Tarea	Predecesor inmediato	Tiempo			
		Optimista <i>a</i>	Más probable <i>m</i>	Pesimista <i>b</i>	Esperado (media) $t=(a+4m+b)/6$
A		2	3	4	3
B	A	4	7.5	8	7
C	B	3	5.5	11	6
D	A	2.5	4	5.5	4
E	C	2	3	4	3
F	D, E	3	5	7	5
G	F	3	3.5	7	4
H	F	2	5	8	5
J	G, H	1	1	1	1



# Obtener la ruta crítica



- $A+D+F+H+J = 3+4+5+5+1 = 18$
- $A+D+F+G+J = 3+4+5+4+1 = 17$
- $A+B+C+E+F+H+J = 3+7+6+3+5+5+1 = 30$
- $A+B+C+E+F+G+J = 3+7+6+3+5+4+1 = 29$

# Análisis probabilístico del tiempo de terminación del proyecto

Tarea	Predecesor inmediato	Tiempo				Varianza $\sigma^2 = [(b-a)/6]^2$
		Optimista <i>a</i>	Más probable <i>m</i>	Pesimista <i>b</i>	Esperado (media) $t = (a+4m+b)/6$	
A		2	3	4	3	0.11
B	A	4	7.5	8	7	0.44
C	B	3	5.5	11	6	1.78
D	A	2.5	4	5.5	4	0.25
E	C	2	3	4	3	0.11
F	D, E	3	5	7	5	0.44
G	F	3	3.5	7	4	0.44
H	F	2	5	8	5	1.00
J	G, H	1	1	1	1	0.00
Varianza del proyecto =						3.8889

Varianza del proyecto ( $\sigma^2$ ) = la suma de la varianza de cada una de las actividades que están en la ruta crítica.

Desviación estándar del proyecto ( $\sigma$ ):

$$\sigma = \sqrt{3.89} = 1.972 \text{ Semanas}$$

# Probabilidad de terminar un proyecto en un determinado tiempo

Continuando con el mismo ejemplo. ¿Qué probabilidad hay de terminar el proyecto (por ejemplo) en 32 semanas?

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$

$$Z = \frac{32 - 30}{1.972} = 1.014$$

**Con el valor de z, encontrar la probabilidad buscada en la tabla de la normal acumulada**

$z_0$	0,00	0,01	0,02	0,03
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708

$z = 1.014$

Nuestro número está a 4/10 de 0.01, por lo tanto:

$$0.8461 - 0.8438 = 0.0023$$

$$0.4 \times 0.0023 = 0.00092$$

$$0.8438 + 0.00092 = 0.84472$$

La probabilidad de cumplir con la fecha compromiso de 32 semanas, es de 84.47%

# Encontrar la probabilidad con POM

Normal Distribution Calculator

Compute Table Print Save File Open File Close

Press the Edit Data button to enter new data.

Compute

☐ Value(s) given probability

☒ Probability given value(s)

Parameters

Mean:

Standard deviation ☒

Variance ☐

Tail

☒ One-tailed

☐ Two-tailed

Value

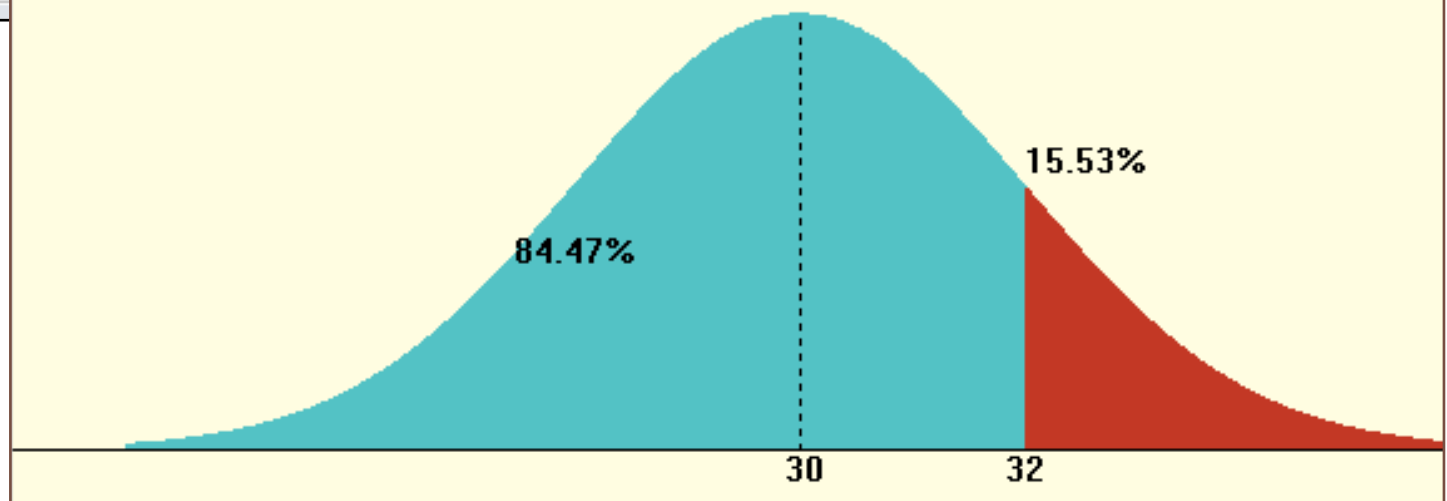
Cutoff:

Probability to the RIGHT of the tail

Given: Mean = 30: Standard deviation = 1.97: (Variance = 3.89)

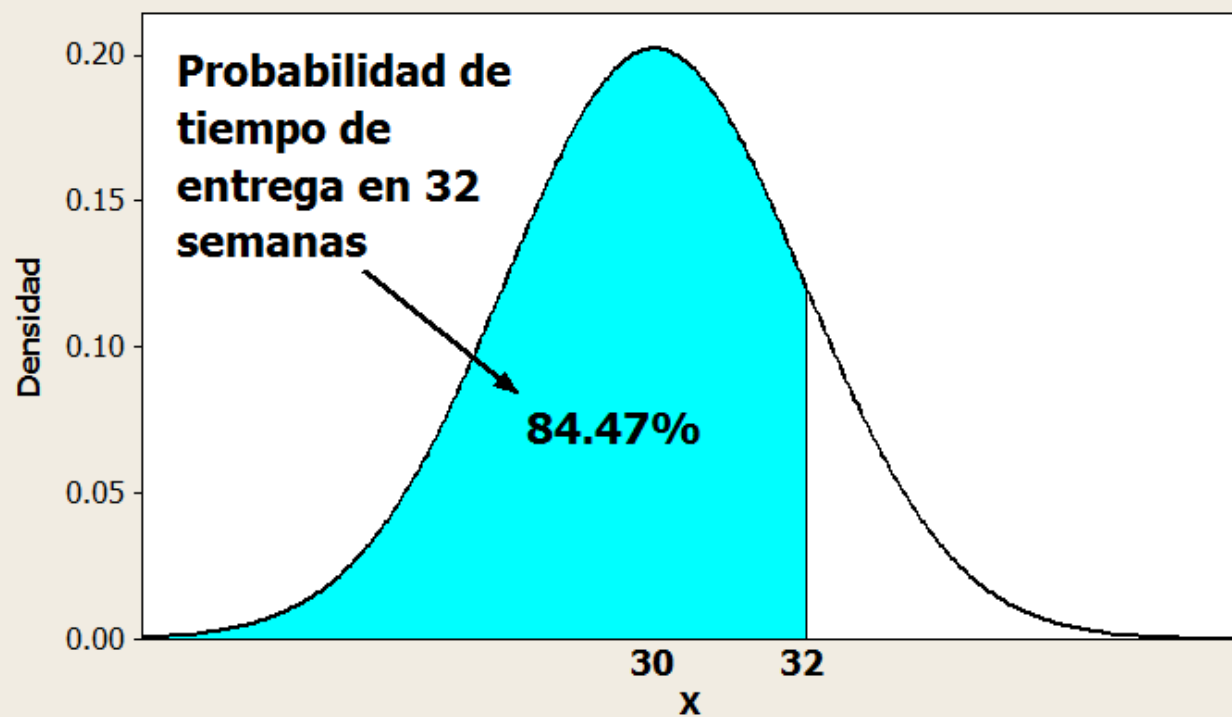
One-tailed

Print o



### Gráfica de distribución

Normal, Media=30, Desv.Est.=1.972





Si quisiéramos garantizar con un 99% de probabilidad la entrega del proyecto, ¿Cuántas semanas serían?

### Paso 1:

Se busca en la tabla de la normal el valor más cercano a la probabilidad (0.99) y se ubica el valor de  $z$ , en este caso es 2.33

$z_0$	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09	$z_0$
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359	0,0
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753	0,1
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141	0,2
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517	0,3
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879	0,4
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767	1,9
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817	2,0
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857	2,1
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890	2,2
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916	2,3
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936	2,4
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952	2,5

Paso 2:

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma} \quad z = 2.33 = \frac{x - 30}{1.972}$$

Despejando:

$$x = \mu + (\sigma \times z)$$

$$x = 30 + (1.972 \times 2.33) = 34.6$$

**Conclusión:** Existe una probabilidad de 99% de que el proyecto se concluya en 35 semanas

Si quisiéramos garantizar con un 99% de probabilidad la entrega del proyecto, ¿Cuántas semanas serían?

Normal Distribution Calculator

Compute Table Print Save File Open File Close

Press the Edit Data button to enter new data.

Compute

☒ Value(s) given probability  
☐ Probability given value(s)

Parameters

Mean:   
Standard deviation: ☒   
Variance: ☐

Tail

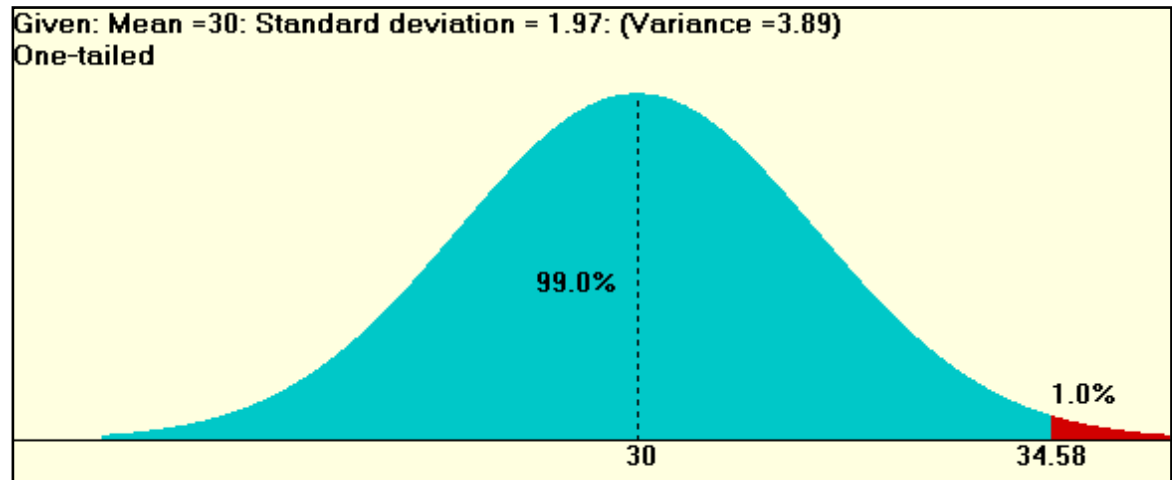
☒ One-tailed  
☐ Two-tailed

Value

Right:

Probability to the RIGHT of the tail

1% 5% 10% 90% 95% 99%



# POM –single time estimate-

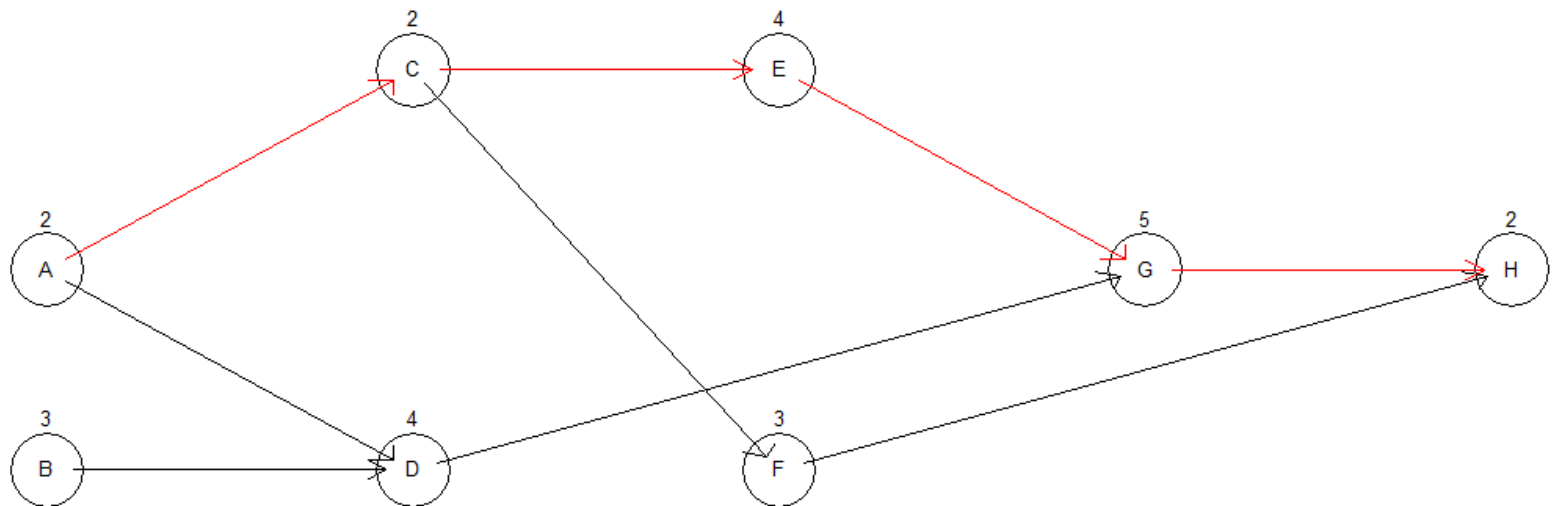
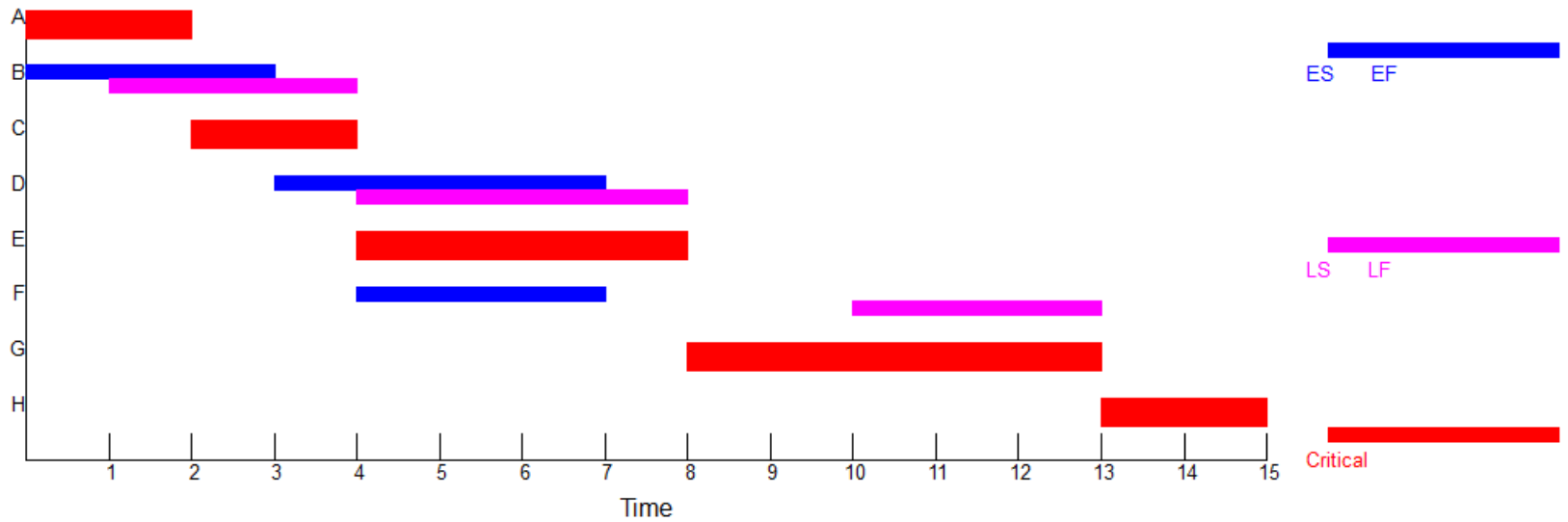
## Captura de datos

Network type		Method		
<input checked="" type="radio"/> Precedence list		Single time estimate		
<input type="radio"/> Start/end node numbers				
	Activity time	Prec 1	Prec 2	
A	2			
B	3			
C	2	A		
D	4	A	B	
E	4	C		
F	3	C		
G	5	D	E	
H	2	F	G	

## Solve / resultados en POM

	Activity time	Early Start	Early Finish	Late Start	Late Finish	Slack
Project	15					
A	2	0	2	0	2	0
B	3	0	3	1	4	1
C	2	2	4	2	4	0
D	4	3	7	4	8	1
E	4	4	8	4	8	0
F	3	4	7	10	13	6
G	5	8	13	8	13	0
H	2	13	15	13	15	0

# Gráficas mostradas en POM



# POM –crashing-

## Captura de datos

Network type		Method				
<input checked="" type="radio"/> Precedence list <input type="radio"/> Start/end node numbers		Crashing				
(untitled)						
	Activity time	Crash time	Normal Cost	Crash Cost	Prec 1	Prec 2
A	2	1	22000	22750		
B	3	1	30000	34000		
C	2	1	26000	27000	A	
D	4	3	48000	49000	A	B
E	4	2	56000	58000	C	
F	3	2	30000	30500	C	
G	5	2	80000	84500	D	E
H	2	1	16000	19000	F	G

## Solve / resultados en POM

	Normal time	Crash time	Normal Cost	Crash Cost	Crash cost/pd	Crash by	Crashing cost
Project	15	7					
A	2	1	22000	22750	750	1	750
B	3	1	30000	34000	2000	2	4000
C	2	1	26000	27000	1000	1	1000
D	4	3	48000	49000	1000	1	1000
E	4	2	56000	58000	1000	2	2000
F	3	2	30000	30500	500	0	0
G	5	2	80000	84500	1500	3	4500
H	2	1	16000	19000	3000	1	3000
TOTALS			308000				16250



# Crash schedule

Project time	Period cost	Cumulative cost	A	B	C	D	E	F	G	H
15	0	0								
14	750	750	1							
13	1500	2250	1						1	
12	1500	3750	1						2	
11	1500	5250	1						3	
10	2000	7250	1		1	1			3	
9	3000	10250	1	1	1	1	1		3	
8	3000	13250	1	2	1	1	2		3	
7	3000	16250	1	2	1	1	2		3	1

# POM –triple time estimate-

## Captura de datos

Network type
☒ Precedence list
☐ Start/end node numbers

Method
Triple time estimate

	Optimistic time	Most Likely time	Pessimistic time	Prec 1	Prec 2
A	2	3	4		
B	4	7.5	8	A	
C	3	5.5	11	B	
D	2.5	4	5.5	A	
E	2	3	4	C	
F	3	5	7	D	E
G	3	3.5	7	F	
H	2	5	8	F	
J	1	1	1	G	H

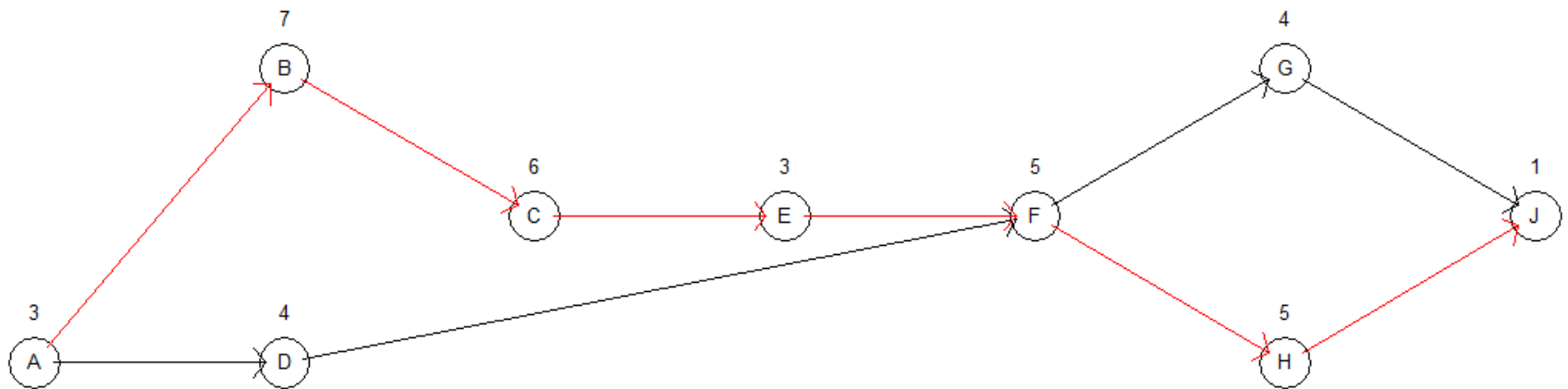
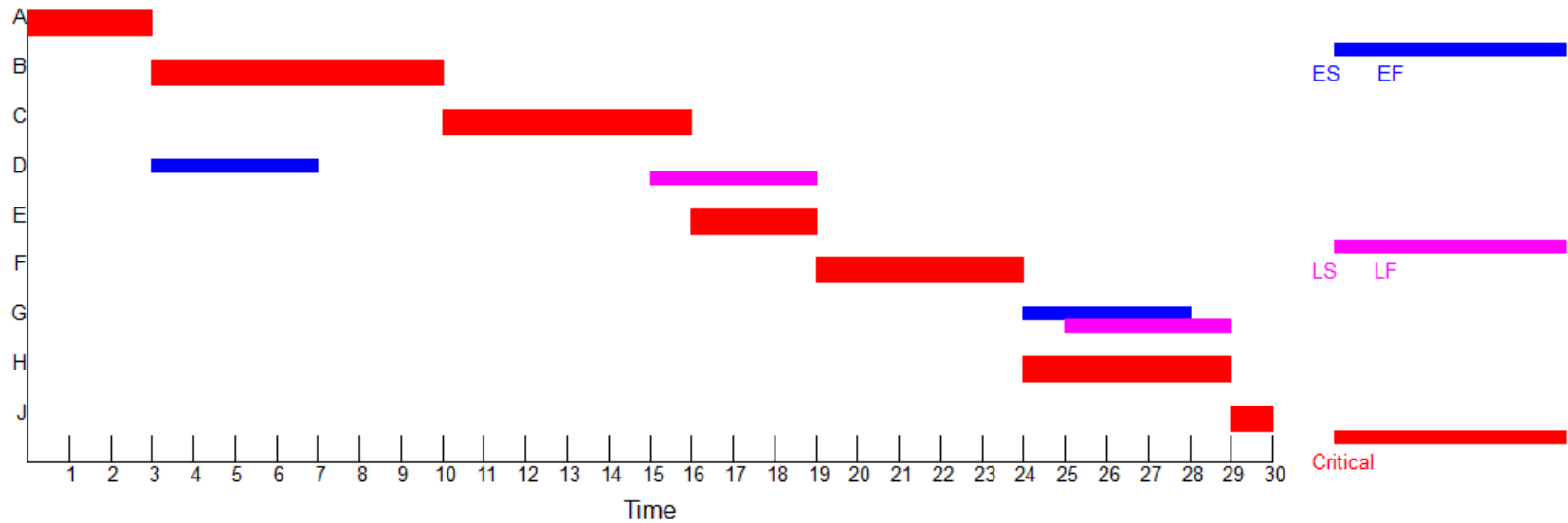
## Solve / resultados en POM

	Activity time	Early Start	Early Finish	Late Start	Late Finish	Slack	Standard Deviation
Project	30						1.97
A	3	0	3	0	3	0	.33
B	7	3	10	3	10	0	.67
C	6	10	16	10	16	0	1.33
D	4	3	7	15	19	12	.5
E	3	16	19	16	19	0	.33
F	5	19	24	19	24	0	.67
G	4	24	28	25	29	1	.67
H	5	24	29	24	29	0	1
J	1	29	30	29	30	0	0

## Task time computation

	Optimistic time	Most Likely time	Pessimistic time	Activity time	Standard Deviation	Variance
A	2	3	4	3	.33	.11
B	4	7.5	8	7	.67	.44
C	3	5.5	11	6	1.33	1.78
D	2.5	4	5.5	4	.5	.25
E	2	3	4	3	.33	.11
F	3	5	7	5	.67	.44
G	3	3.5	7	4	.67	.44
H	2	5	8	5	1	1
J	1	1	1	1	0	0
Project results						
Total of critical Activities						3.89
Square root of total					1.97	

# Gráficas mostradas por POM



# Bibliografía

Render, B, Hanna E, *Métodos Cuantitativos para los Negocios*, Ed. Pearson Education, México 2006, 9ª edición.

Solow, D, Kamlesh, M, *Investigación de Operaciones, El Arte de la Toma de Decisiones*, Ed. Prentice-Hall Hispanoamericana, México 1996.

Anderson, R, *Métodos Cuantitativos para los Negocios*, Ed. CENGAGE Learning, México 2016, 13ª edición.

Montaño, A, *Iniciación al Método del Camino Crítico*, Ed. Trillas, México 1990, 4ª edición.